

تأثیر وجود تراورس آویزان در رفتار دینامیکی خطآهن با ریل موجدار

در راهآهن شمال شرق

جبارعلی ذاکری، استادیار، دانشکده مهندسی راهآهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
امیرعلی صادقیلر، دستیار پژوهشی، دانشکده مهندسی راهآهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

Email: zakeri@iust.ac.ir

چکیده

در شرایط عادی، بررسی رفتار دینامیکی اجزای خطآهن با مدلسازی ریل به صورت تیر ممتد بر روی تکیه‌گاههای گسسته ارجاعی صورت می‌گیرد. در عمل، گاهی به دلیل مشکلات بستر یا لایه بالاست، تکیه‌گاههای تراورس به خوبی عمل نکرده و اصطلاحاً تراورس به حالت آزاد باقی می‌ماند. در این مقاله، مدل ریاضی خطآهن با داشتن تعدادی تراورس آویزان توسعه داده شده است. بر اساس این مدل، معادلات حرکت سیستم خط - قطار با در نظر گرفتن غیرخطی بودن تماس چرخ - ریل تشکیل و با استفاده از روش انتگرال گیری عددی در حوزه زمانی حل شده‌اند. واکنش دینامیکی اجزاء خط با منبع تحریک ناهمواری‌های موجی شکل مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج مطالعات نشان داده‌اند که ارتعاشات بالا در تراورس‌های آویزان، افزایشی در نیروهای تماسی چرخ - ریل به وجود آورده، به طوری که برای ناهمواری‌های موجی شکل با دامنه ۴٪ و طول موج ۲۴۰ میلیمتر در روی ریل (اندازه گیری شده در راهآهن ناحیه شمال شرق) در قسمت تراورس‌های آویزان، افزایشی در حدود ۵/۲۵٪ در نیروی تماسی (برای قطارهای با سرعت ۱۶۰ km/h) و ۷۴٪ در تغییر مکان قائم ریل ایجاد می‌کند. همچنین نتایج محاسبات نشان داده‌اند که عدم وجود یک تراورس در خط به صورت یک منبع تحریک برای تعامل دینامیکی خط قطار عمل کرده و باعث نامنظمی در ارتعاشات (شتاب ارتعاشی، سرعت ارتعاشی) اجزا روسازی خطآهن می‌شود.

واژه‌های کلیدی: اندرکنش خط - قطار، تئوری تماسی هرتز، ناهمواری موجی شکل

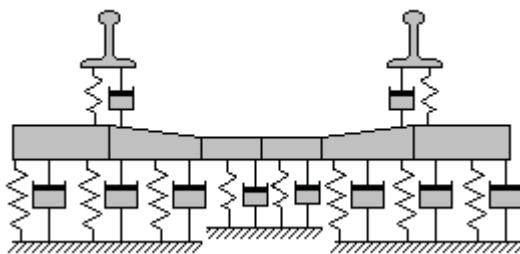
۱. مقدمه

مدل‌سازی واقعی سیستم خطآهن - قطار به دست آورده. زمانی که بالاست در وضعیت نامطلوبی قرار دارد، تکیه‌گاه کوچکی برای تراورس‌ها فراهم می‌شود. در خطوط راهآهن، به‌طور معمول چنین قسمتهایی دیده می‌شود. هنگامی که بالاست این قسمت رو به زوال می‌گذارد، تراورس یا تراورس‌های آن در حالت معلق و آویزان از ریل قرار می‌گیرند. چنین وضعیتی معمولاً باعث تسریع در زوال خط می‌شود. به عنوان مثال می‌توان به ایجاد موج‌های سطحی در روی ریل، آسیب‌دیدگی یا شکست پابندی‌های ریل، از دست دادن خاصیت ارجاعی صفحه لاستیکی زیر ریل، ایجاد

حرکت قطارها بر روی سازه خطآهن باعث به وجود آمدن بارهای دینامیکی و ضربه به خطآهن، تنش‌ها و تغییر شکل در اجزاء مختلف خط، ارتعاشات و ... می‌شود. آشکار است که معايب سازه خط و اجزاء تشکیل‌دهنده آن مستقیماً به واکنش‌های دینامیکی، تنش‌ها و تغییر شکل‌های اجزاء خط ارتباط داشته و طبیعتاً باعث افزایش آنها می‌شود.

مهم‌ترین نوع خرابی بالاست، نشست، خردشدن و سفت‌شدگی لایه بالاست است. اثر زوال بالاست در واکنش‌های دینامیکی، تنش‌ها و تغییر شکل‌های ایجاد شده در اجزاء خط را می‌توان با

وسیله‌نگاری با ده درجه آزادی شامل جرم بدنه و ممان اینرسی آن، دو جرم بوژی‌ها و ممان اینرسی آنها و چهار جرم غیر معلق چرخ - محور مدل‌سازی می‌شود.



شکل ۱- مدل اندرکنش دینامیکی خط‌آهن - قطار با یک تراورس آویزان

قب بوژی از طریق سیستم تعليق به چرخها و سپس از طریق سیستم تعليق ثانویه به بدنه وسیله نقلیه متصل می‌شود. معادله حرکت وسیله نقلیه با استفاده از اصل دالامبر به دست می‌آید که معمولاً معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم‌اند.

در این مطالعه، طول محدودی از خط انتخاب شده و ریل به صورت یک تیر ممتد که به قطعات محدودی تقسیم شده مدل‌سازی شده است. به این ترتیب ریل به صورت سازه متناوب (سازه زنجیری) در نظر گرفته شده و در دو انتهای ریل دو المان نیمه بین‌نهایت مرزی برای واقعی‌سازی شرایط مرزی مورد استفاده قرار گرفته است.

کامل‌ترین مدل تراورس، تیر تیموشنکو با مقاطع متغیر است که با استفاده از المان‌های محدود قابل تحلیل است. نصف تراورس به وسیله سه المان تیر یکنواخت بر روی بستر ویسکو الاستیک مدل‌سازی شده است که در شکل (۲) نشان داده شده است.

این مدل دارای توده جرم‌های بالاست در زیر تراورس بتنی است که به وسیله فنرها و میراگرهای برشی به یکدیگر متصل شده‌اند. جذابیت چنین مدلی این است که امکان به دست آوردن رابطه صحیحی بین واکنش‌های اندازه‌گیری شده و محاسبه شده را فراهم می‌سازد. در این مطالعه همچنین جرم‌های مستقل بالاست با قفل و بندهای برشی دانه‌های آن در نظر گرفته می‌شدند.

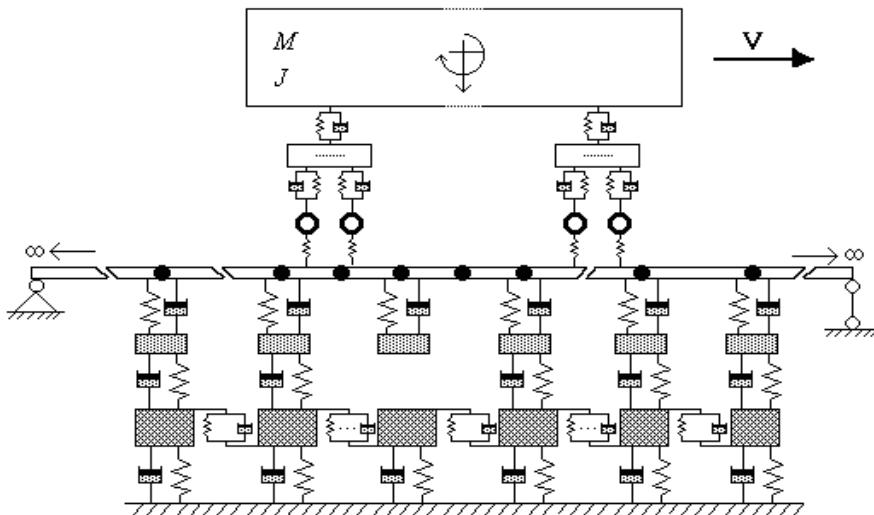
معادله حرکت خط‌آهن شامل ریل، جرم‌های بالاست و تراورس است. این معادلات با جزئیات بیشتر در مرجع [۵] تشریح شده و در ادامه به اختصار تشریح می‌شود.

ترک در تراورس‌ها و غیر مؤثر شدن لایه بالاست اشاره کرد. گراسی [۱] روش تیر پیوسته بر روی بستر ارجاعی را با در نظر گرفتن ۱۵۰ سانتیمتر تراورس آویزان مورد تجزیه و تحلیل قرار داده است. همچنین مطالعات تکمیلی توسط دالبرگ [۲] در خصوص اثرات آن بر رفتار دینامیکی اجزاء خط‌آهن را ارائه شده است. نامبرده تأثیر فاصله خالی بین تراورس و بالاست را در مدل دینامیکی خود منظور و افزایش نیروهای اندرکنش را بررسی کرده است. همچنین گانولیانگ [۳] اثرات تعویض تراورس در خطوط سریع را بررسی و از مدل دینامیکی خط - قطار استفاده کرده است. به این ترتیب هنگام تعویض تراورس فرسوده با تراورس سالم، اگر خط‌آهن زیرکوبی نشده باشد، عملاً تراورس تعویض شده، به صورت آویزان قرار خواهد گرفت. در این مقاله سعی شده است که اثرات چنین تراورس‌هایی در رفتار دینامیکی کل مجموعه بررسی شود.

با توجه به این که در راه‌آهن ایران به ویژه در نواحی شمال، لرستان و شمال شرق، مشکل ناهمواری‌های سطحی (ریل موجود) و وجود تراورس یا تراورس‌های آویزان به دلیل قدمت زیاد خط یا تعویض تراورس‌ها، فرسودگی ریل و زوال بالاست وجود دارد، بنابراین در این مقاله، مطالعه موردی برای راه‌آهن ناحیه شمال شرق با در نظر گرفتن وضعیت روسازی با ریل UIC60 و بالاست مرغوب و نامرغوب (در بخشی از خطوط) و تراورس‌های بتنی و چوبی و نهایتاً سیر قطارهای سریع السیر ۱۶۰ km/h انجام شده است. به همین منظور، مدل سازی مناسبی از خط‌آهن با در نظر گرفتن وجود تراورسی بدون تکیه‌گاه (آویزان) صورت گرفته و تغییرات نیروهای تماس چرخ - ریل شتاب ارتعاش و تغییر مکان ریل تراورس و بالاست مورد بررسی قرار گرفته است. مدل انتخاب شده به صورت مدل با تکیه‌گاههای گسته با یک تراورس آویزان است. مدل ریاضی خط با تعمیم مدل قبلی [۴و۵] جهت امکان اعمال آویزان بودن تراورس یا تراورس‌هایی صورت گرفته است.

۲. مدل خط‌آهن - قطار

مدل تحلیلی اندرکنش دینامیکی خط‌آهن - قطار که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۲- مدل تراورس بر روی بستر ویسکوالاستیک

۳. روش حل معادلات

معادلات کلی حرکت برای یک سیستم ناپیوسته با $(10+2Nj+5Ns)$ درجه آزادی به صورت:

$$[M]\{\ddot{v}\} + [C]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} = \{F(t)\} \quad (4)$$

نوشته می شود که در آن $\{F(t)\}$ نیروهای خارجی واردہ بر سیستم، $[K]$ ، $[M]$ ، $[C]$ ، Nj تعداد گرههای ریل و Ns تعداد تکیه گاههای ریل است. در مرجع [۵] کلیه ماتریسهای فوق با جزئیات بیشتر تشریح شده اند.

به منظور حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم (۴) با تعداد درجات آزادی بیشتر و داشتن رابطه غیرخطی در تماس چرخ - ریل، روش انگرال گیری زمانی مستقیم برای به دست آوردن نتایج عددی در حوزه زمانی استفاده شده است. تاریخچه زمانی تغییر مکان، سرعت های ارتعاش، شتابهای کل سیستم و نیروهای دینامیکی بین چرخها و ریل قابل محاسبه است [۶].

۴. نتایج عددی

مدل خط با ۵۴ تراورس و دو المان نیمه بی نهایت مرزی در هر دو انتهای انتخاب شده است. قبل از مرجع [۵] کافی بودن ۵۰ تراورس برای حذف شرایط مرزی نتیجه گیری شده بود. در این مدل تراورس میانی به صورت آویزان از ریل منظور شده است.

در بررسی اندرکنش دینامیکی خط آهن - قطار، نیروها از طریق تماس چرخ - ریل از وسیله نقلیه به خط آهن منتقل می شوند. برای منظور کردن اثر تماس بین چرخ و ریل، رابطه بین نیرو و تغییر مکان آنها، از فنر تماسی هرتز که یک فنر غیر خطی است، استفاده شده است. رابطه بین نیروی F و تغییر مکان y در سطح تماس به شرح زیر بیان می شود که در آن C_H سختی فنر هرتز بر حسب $(N \cdot m^{3/2})$ است.

$$F = C_H y^{3/2} \quad (1)$$

اندازه سختی خطی شده با استفاده از ارتباط بین افزایش تغییر مکان و نیرو به دست می آید. به این ترتیب k_H سختی خطی شده فنر هرتز به شرح زیر محاسبه می شود.

$$k_H = C_H [y_w - y_r - y_0]^{0.5} \quad (2)$$

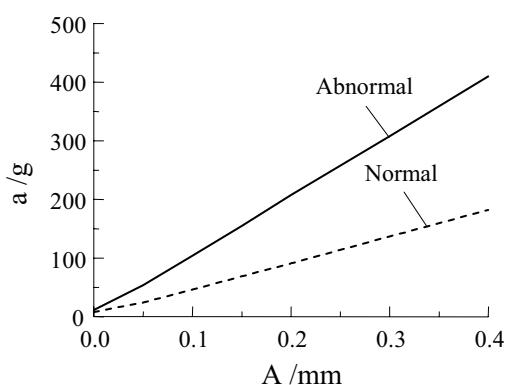
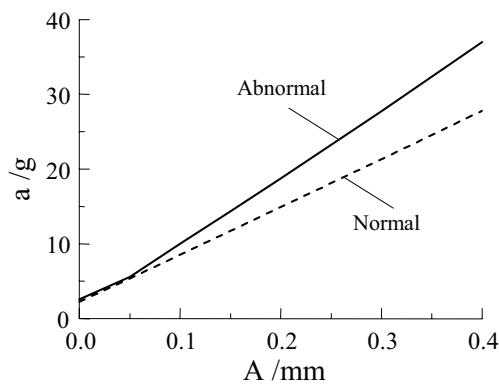
ارتباط بین نیروهای اندرکنش F_H و تغییر طول فنر هرتز به وسیله رابطه (۳) تعیین می شود.

$$F_H = k_H [y_w - y_r - y_0] \quad (3)$$

که در آن y_w تغییر مکان قائم چرخ، y_r تغییر مکان قائم ریل تحت اثر y_0 ، F_H اثر ناهمواری سطح ریل، k_H سختی خطی شده فنر هرتز و F_H جزء دینامیکی نیروی چرخ - ریل است. همچنین این مدل خط برای مطالعه اثرات تکیه گاههای نامناسب در طول مشخصی مورد استفاده قرار می گیرد که برای بررسی اثرات هرگونه تغییرات در تکیه گاه خط آهن قابل استفاده است.

اثرات ناهمواری‌های سطحی روی ریل در واکنش‌های اجزاء خط نظیر تغییر مکان‌های ریل و شتاب ریل مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌گونه که در بخش ۳ بیان شد، ناهمواری‌های سطحی اندازه‌گیری شده در راه‌آهن ایران در ناحیه شمال شرق و لرستان [۷] مشهود بوده، ولی به جهت این که در ناحیه لرستان محدودیت سرعت وجود دارد، مشخصات ناهمواری اندازه‌گیری شده در ناحیه شمال شرق با طول موج ۲۴۰ mm و دامنه ۰/۴ mm برای سرعت ۱۶۰ km/h انتخاب شده است.

شکل (۴) و (۵) تغییرات شتاب‌ها و تغییر مکان‌های بیشینه اجزاء خط (تراورس و ریل) تحت اثر ناهمواری‌های سطحی فوق نشان داده شده است. در این شکل‌ها a و A و I به ترتیب نشان‌دهنده شتاب، دامنه ناهمواری‌های سطحی و درصد افزایش تغییر مکان هستند.

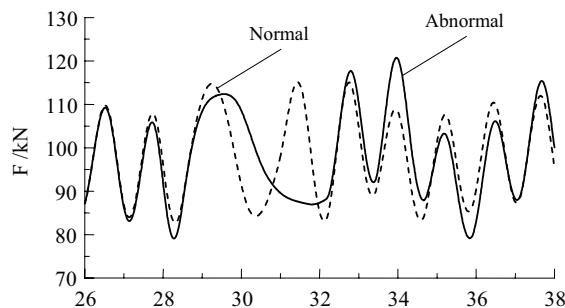


شکل ۴. شتاب ارتعاشی ریل و تراورس

منحنی‌های فوق، افزایش قابل توجه در ارتعاشات ریل را در هنگام عبور قطار از روی تراورس آویزان با وجود ناهمواری‌های موجی شکل نشان می‌دهند. برای پارامترهای انتخاب شده شتاب ریل حدوداً ۲/۵۱ برابر شتاب ریل در خط با تکیه‌گاه پیوسته است. اثر

به این ترتیب در مدل مورد نظر بالاست زیر تراورس حذف شده و اثرات آن در رفتار دینامیکی اجزای خط بررسی شده است. به دلیل سادگی محاسبات، ناهمواری‌های سطحی روی ریل به صورت سینوسی با دامنه تغییرات ۰/۴ mm و طول موج ۲۴۰ mm که در ناحیه شمال شرق راه‌آهن ج.ا.ا. اندازه‌گیری شده و سرعت قطار ۱۶۰ km/h انتخاب شده است نقطه شروع حرکت قطار از گره چهارم منظور شده و پس از عبور از محدوده مورد نظر، نیروهای تماسی چرخ - ریل، تغییر مکانها، سرعتهای ارتعاش و شتابهای اجرای خط محاسبه شده‌اند.

منحنی تغییرات نیروهای تماسی چرخ - ریل در حالت عادی و حالت تراورس آویزان در شکل (۳) نشان داده شده است. بار استاتیکی چرخ برابر ۹۸ kN است. در منحنی‌های ترسیم شده، خط آهن با تکیه‌گاه کامل خط عادی و خط آهن دارای یک تراورس آویزان خط ویژه نام‌گذاری شده‌اند.



شکل ۳. نیروهای تماسی چرخ - ریل در خط عادی و ویژه

این منحنی‌ها نشان می‌دهند که پاسخ سیستم متناوب بوده و طول موج غالب آن برابر فاصله بین تراورس‌هاست. اندازه نیروی تماسی بیشینه، بستگی به سرعت قطار و فاصله تراورس‌ها دارد برای مدل انتخابی بیشینه نیروی تماسی چرخ ریل در روی تراورس‌ها اتفاق افتاده و نوسان نیروها در فرکانس فاصله تراورس‌ها (بدون در نظر گرفتن ناهمواری‌های سطحی ریل) به صورت واکنش پایدار با بیشینه مقدار ۱۱۲٪ بار استاتیکی خواهد بود که اگر اثر یکی از تراورس‌های آویزان به آن اعمال شود، این مقدار به ۱۲۵/۵٪ خواهد رسید (برای قطار با سرعت ۱۶۰ km/h).

همچنین از منحنی‌های نوسانات نیروها، آشفتگی در موقعیت تراورس آویزان به راحتی قابل رویت است. این در حالی است که در محاسبات و طراحی خطوط از چنین وضعیتی چشم‌پوشی می‌شود.

پابندهای مجاور و زوال بیشتر بالاست خواهد داشت. به این ترتیب هزینه‌های تعمیر و نگهداری خط به شدت افزایش پیدا خواهد کرد. برای پیشگیری از وجود آمدن چنین وضعیتی لازم است ناهمواری‌های سطحی و بستر زوال یافته (بالاستی) که خاصیت ارتجاعی خود را از دست داده) از خطوط اصلی حذف شده و روشهایی برای پیشگیری از ایجاد آنها تعریف شود.

۵. نتیجه‌گیری

روش تحلیلی اندرکنش خط - قطار برای بررسی واکنش‌های قائم خط آهن و اجزای آن در شرایطی که تراورس آویزان یا تراورس با تکیه‌گاه نامناسب (بالاستی) که خاصیت ارتجاعی خود را از دست داده بکار می‌رود) ارائه شد. واکنش پایدار و واکنش‌های دینامیکی اجزای خط (شامل ریل و تراورس) در محدوده تراورس آویزان محاسبه شد و نتایج محاسبات نشان داد که نیروهای تماس چرخ و ریل به سرعت با افزایش دامنه ناهمواریها افزایش پیدا کرد. شتاب ارتعاش نیز در خط آهن با تراورس آویزان $2/51$ برابر خط عادی به دست آمد. همچنین این حالت باعث تشدید شتاب ارتعاشی در تراورس‌های مجاور تراورس آویزان شد که نشان دهنده آسیب دیدن تراورس‌های مجاور و تسریع در زوال تراورس‌های خط آهن و پابندهای آنهاست.

با در نظر گرفتن ناهمواریهای موجی شکل اندازه گیری شده در راه آهن ناحیه شمال شرق، با دامنه $0/4$ میلیمتر و طول موج 240 میلیمتر، افزایشی در حدود $25/5$ در $25/5$ در نیروی تماسی (برای قطارهای با سرعت $km/h 160$ و $74/7$ در تغییر مکان قائم ریل به وجود آورد که این نیز باعث توسعه ناهمواری‌های سطحی ریل و تحریک بیشتر سیستم خط آهن - قطار خواهد شد.

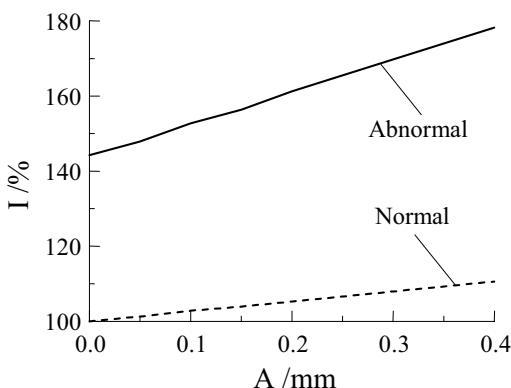
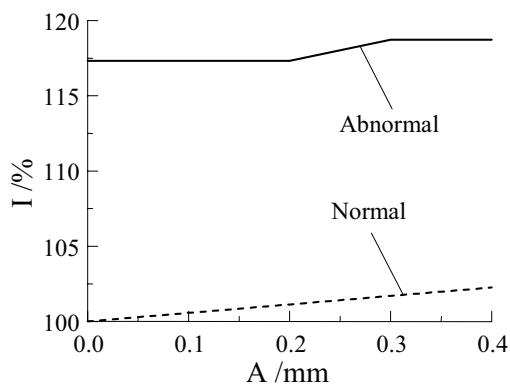
۶. مراجع

- Grassie, S L. and Cox, S J. (1985) "The dynamic response of railway track with unsupported sleepers", Proceedings of Institution of Mechanical Engineers (Part D), 1985, 199(2), pp. 123-135.
- Lundqvist, A. and Dahlberg, T. (2005) "Load impact on railway track due to unsupported sleepers", Proceedings of Institution of Mechanical Engineers (Part F), Journal of Rail & Rapid Transit, Number F2, 2005, pp. 67-77 (11).

این افزایش در شل شدن پابندها ظاهر می‌شود که خود زوال اجزای دیگر خط را تسريع می‌کند.

شتاب تراورس نیز به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. این افزایش باعث آسیب دیدگی تراورس شده و عبور وسیله نقلیه بعدی باعث بدتر شدن این شرایط خواهد شد.

در عمل و در خط واقعی تراورس‌های مجاور، تراورس آویزان رو به زوال گذاشته و در مدت کوتاهی آسیب دید به این ترتیب زوال خط توسعه یافته و در مدت کوتاهی کیفیت هندسی خط رو به کاهش خواهد گذاشت.



شکل ۵. درصد افزایش تغییر مکان در ریل و تراورس

تغییر مکان ریل در خط ویژه $74/7$ بیشتر از خط عادی خواهد بود و برای تراورس مورد نظر این مقدار $19/19$ خواهد شد. به این ترتیب وابستگی نیروی تماسی چرخ - ریل و شتاب به دامنه ناهمواریهای سطحی در غیاب بالاست (تکیه‌گاه مناسب برای تراورس) تشریح شد. این نتایج توسط گائولیانگ [۳] نیز تأیید شده است.

همچنین وجود تراورس آویزان در خط با ناهمواریهای سطحی، اثر نامطلوبی در توسعه دامنه ناهمواریها و به دنبال آن آسیب دیدن

6. Xia, H., Zhang, M. and Wei, N. (1995) "Study of vibration effects of underground trains on surrounding environments", Proceedings of Advances in Structural Engineering, Beijing, pp. 116-122.
7. ذکری، جبار علی. (۱۳۸۳) «شناسایی ناهمواریهای سطحی روی ریل در شبکه راه آهن ایران» گزارش فنی، اداره کل خط و اینیه فنی، راه آهن جمهوری اسلامی ایران.
3. Liang, G. and Hua, P.(2001) "The dynamic effects of the modes of replacing sleepers on track structure in high-speed railway", International Symposium on Traffic Induced Vibrations & Controls, TIVC , pp. 259-265.
4. Zakeri, J. A., Xia. H. and Fan, J. J. (2000) "Effects of unsupported sleeper on dynamic responses of railway track", Journal of Northern Jiaotong University, 24 (1), pp. 50-55.
5. Zakeri, J. A. (2000) "Computer simulation for dynamics of railway track structures", Ph.D. Thesis, Northern Jiatong University.

Effects of Unsupported Sleeper on Dynamic Behavior of Railway with Corrugated Rail in Iranian Northeast District

J. A. Zakeri, Assistant Professor, Department of Railway Engineering,

Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

A. A. Sadeghilar, Research Assistant,

Department of Railway Engineering, Iran University of

Science and Technology, Tehran, Iran

E-mail: zakeri@iust.ac.ir

ABSTRACT

Train movement on the railway tracks causes dynamic loads and impact to the track, stress and deformation to the different elements of the tracks and vibration, etc. Since, the defects of the track structure and its components depends directly on the dynamic response, stress and deformation of the track, it naturally cause amplification.

The main important types of ballast defects are ballast settlement, smash of ballast and hardening of ballast layer. The effects of deterioration of ballast on dynamic response, stresses, and deformations of track components, can be simulated by a real train-track modeling. When the ballast is not in a good condition, sleepers provide a small support. This situation can usually be seen on the railway lines. When the ballast undergoes deterioration, the sleepers suspend from the rail. This situation usually speeds up the deterioration of the track and for example, it can create surface corrugation of rail, damage or brakeage of fastenings, loss of elastic characteristic of rail pad, crack in the sleepers and uselessness of the ballast layers.

Grassie [1], has analyzed a 150cm suspended sleeper on an elastic bed by the method of continuous beams, also complementary studies have been carried out by Dalburg [2] with regard to its effects on dynamic behavior of track components. He has considered the effect of unfilled distance between the sleeper and the ballast in his dynamic model and has investigated the increase of interaction forces. Also, Gaoliang [3], has implemented the train-track dynamic modeling in his investigation for replacement of sleepers in high speed lines. Hence, if when replacing a new sleeper with an old one, the track is not tamped, in reality, the replaced sleeper is suspended. It has been tried in this paper to investigate the dynamic behavior of such sleepers in the whole structure.

Due to the fact that in the Iranian railway and in particular in districts such as North, Lorestan and North-East, the problem of rail corrugation, suspended sleepers due to the age of the track or replacement of sleepers, wear of the rails and deterioration of ballast exists, this paper has carried out a case study on the North-East railway district, considering the superstructure with UIC60, good and poor quality of ballast (in some section of the line), Wooden and concrete sleepers with a high speed trains of up to 160 Km/h. For this purpose a suitable model of a track with suspended sleepers has been considered and variation of rail-wheel interaction contact forces, acceleration, vibration and displacement of rail-sleeper and ballast has been investigated. The elaborated model is of a discrete supports with one suspended sleeper. The mathematical model of the track was developed through the former model [4,5], in order to undertake the possibility of suspending the sleepers.

In normal situation, the track components dynamic's behavior, takes place by modeling of rail in the form of continuous beam on discrete elastic support. In practice, sometimes due to

deficiency of the track bed or the ballast layer, sleepers supports do not perform well, which is termed as "loose sleeper". In this article, mathematical model of the track consisting of several suspended sleepers has been developed. According to this model, equations of motion for the track-train has been formed by considering non-linearity of wheel-rail contacts and has been solved by numerical integration in time domain. Dynamic response of track components with harmonic excitation source has been investigated. From the results it can be seen that, intensive vibrations, would cause an increase in wheel-rail contact forces, e.g. harmonic excitation of 0.4 amplitude and wavelength of 240 mm on the rail (measured in North-East railway district), shows an increase of 25.5% in contact forces (for trains of 160 Km/h) and 74% in vertical displacement of the rail. Also the results showed that; lack of one sleeper on the track would act as an excitation source and would cause irregularity in vibration (vibration acceleration, vibration velocity) for railway track superstructure components.

Keywords: Train-track interaction; Hertzian contact theory; unsupported sleeper; corrugation